

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Мурманский арктический государственный университет»  
(ФГБОУ ВО «МАГУ»)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Б1.О.14.03 Математический анализ**

(название дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом)

основной профессиональной образовательной программы  
по направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**  
**направленность (профиль) Системное программирование и компьютерные технологии**

(код и наименование направления подготовки  
с указанием направленности (наименования магистерской программы))

**высшее образование – бакалавриат**

уровень профессионального образования: высшее образование – бакалавриат / высшее образование –  
специалитет, магистратура / высшее образование – подготовка кадров высшей квалификации

**бакалавр**

квалификация

**очная**

форма обучения

**2022**

год набора

**Составитель(и):**

Иванчук Наталья Васильевна,  
доцент, канд. пед. наук,  
доцент кафедры МФиИТ

Утверждено на заседании кафедры  
математики, физики и информационных  
технологий факультета  
математических и естественных наук  
(протокол № 07 от 24.03.2022)

Зав. кафедрой  Ляш О.И.

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Заложить фундаментальные знания в области дифференциального и интегрального исчисления непрерывных функций одной или нескольких переменных, исследования числовых и степенных рядов, векторного и гармонического анализа, а также приложений в решении практических задач.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины (модуля) формируются следующие компетенции:

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю),  
соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы достижения компетенций	Результаты обучения
<b>ОПК-1:</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p>ОПК-1.1 Использует аппарат фундаментальной математики для решения задач в области профессиональных интересов</p> <p>ОПК-1.2 Использует фундаментальные математические знания для решения прикладных задач в профессиональной сфере</p>	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>— основные объекты элементарной математики, их характеристики и свойства;</li><li>— приемы преобразования числовых, алгебраических и трансцендентных выражений;</li><li>— основные методы решений уравнений, неравенств и систем;</li><li>— основные понятия теории множеств; числовые функции, их характеристики и графики;</li><li>— комплексные числа и арифметические действия над ними;</li><li>— определения ключевых понятий: предел числовой последовательности, предел ФОП в точке, бесконечно малая, бесконечно большая и локально ограниченная функция, непрерывная ФОП;</li><li>— основные теоремы о предельных поведениях ФОП и о непрерывных функциях в точке и на отрезке;</li><li>— признаки существования предела функции;</li><li>— замечательные пределы; сравнение бесконечно малых функций;</li><li>— определения ключевых понятий: производная, дифференциал, правила дифференцирования, таблица производных ФОП;</li><li>— геометрическая трактовка и физический смысл производной и дифференциала;</li><li>— основные теоремы о дифференцируемых ФОП; определение гладкой функции и её свойства;</li><li>— асимптотическое поведение функции;</li><li>— связь свойств монотонности, выпуклости/вогнутости, локальных экстремумов и точек перегиба функции со значениями её производных;</li><li>— аппроксимацию ФОП по формуле Тейлора;</li><li>— определения ключевых понятий: первообразная ФОП, неопределённый интеграл, определённый интеграл Римана, несобственные интегралы первого и второго рода;</li><li>— геометрические трактовки определённого интеграла и несобственных интегралов;</li><li>— основные приемы интегрирования ФОП;</li><li>— общую методику приложений интегрального исчисления; определения ключевых понятий: частные производные, полный дифференциал, дифференцируемая ФНП;</li><li>— связь полного дифференциала с полным приращением и значение этой связи для приложений;</li><li>— дифференцирование сложных ФНП, понятие полной производной;</li><li>— постановку и идею решения экстремальных задач для функции двух переменных;</li></ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>– трактовку ФНП как скалярного поля, понятия линий и поверхностей уровня, производной по направлению и градиента;</li> <li>– определения ключевых понятий: двойной интеграл, тройной интеграл, криволинейные интегралы первого и второго рода, интегралы по поверхности первого и второго рода их основные свойства, физические трактовки, алгоритмы вычисления и основные приложения;</li> <li>– связь между различными интегралами по формулам Грина, Остроградского-Гаусса и Стокса;</li> <li>– формулу замены переменных в кратных интегралах;</li> <li>– определения ключевых понятий: ряд, сходимость или расходимость ряда, сумма сходящегося ряда, абсолютная и условная сходимости, область сходимости / расходимости функционального ряда, область равномерной сходимости, степенной ряд и его свойства, ряд Тейлора или Маклорена, тригонометрический ряд Фурье, интеграл Фурье;</li> <li>– необходимый и набор достаточных признаков сходимости / расходимости числовых рядов;</li> <li>– признак Вейерштрасса равномерной сходимости;</li> <li>– свойства степенных рядов и структуру их областей сходимости / расходимости;</li> <li>– условия для представления функции рядом Тейлора;</li> <li>– элементы гармонического анализа функций, проявляющегося через их представления тригонометрическим рядом Фурье или интегралом Фурье.</li> </ul> <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– делать точные и приближенные вычисления;</li> <li>– составлять математические модели несложных текстовых задач;</li> <li>– проводить доказательства утверждений методом математической индукции;</li> <li>– проводить доказательства основных теоретических фактов с использованием математической символики;</li> <li>– читать по графику предельное поведение ФОП в различных точках сгущения ее области задания; находить значения предела функции в точке по основным теоремам о предельных поведении функций;</li> <li>– раскрывать различные неопределенности, в том числе с помощью замечательных пределов и заменой эквивалентных бесконечно малых;</li> <li>– исследовать непрерывность ФОП, заданных аналитически; проводить практическое дифференцирование функций, имеющих явное, неявное или параметрическое задание;</li> <li>– использовать правило Лопиталья для вычисления пределов;</li> <li>– проводить исследование свойств ФОП, используя её производные;</li> <li>– решать текстовые, физические или геометрические задачи, моделируемые функциями одной переменной; строить многочлен Тейлора для некоторых несложных функций, наблюдать на графиках и описывать смысл аппроксимации;</li> <li>– проводить практическое интегрирование функций, в том числе с использованием прикладных математических пакетов;</li> <li>– применять методику приложений интегрального исчисления к решению задач геометрии и физики; провести интерпретацию решения прикладной задачи и обоснование его достоверности или правдоподобности; провести доказательство основных свойств определенного интеграла на основании его определения как конечного предела</li> </ul>
--	--	---

		<p>интегральных сумм Римана;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– практически находить частные производные, понимать их смысл и использовать в решении задач;</li> <li>– применять полные дифференциалы для вывода формул, по которым вычисляются абсолютная и относительная погрешности расчетных выражений;</li> <li>– построить алгоритм решения и провести его реализацию в задаче на глобальный экстремум функции двух переменных, и в задаче на условный экстремум такой же функции;</li> <li>– найти характеристики скалярного поля, провести их геометрическую интерпретацию и описание смысла;</li> <li>– проводить вычисление значений интегралов от ФНП, в том числе с использованием прикладных математических пакетов;</li> <li>– использовать различные системы координат для упрощения вычислений;</li> <li>– применять общую методику приложений интегрального исчисления и выводить расчетные формулы в решениях задач геометрии и физики;</li> <li>– использовать формулы Грина, Остроградского-Гаусса и Стокса для упрощения в вычислениях интегралов от ФНП или для проверки их значений;</li> <li>– исследовать практически сходимость числовых рядов с помощью необходимого и достаточных признаков; находить приближенное значение суммы числового ряда с наперед заданной точностью;</li> <li>– устанавливать область сходимости / расходимости степенного ряда, в некоторых случаях находить его сумму; составить представление заданной ФОП в виде степенного ряда и уметь его использовать, например, в операции интегрирования функции;</li> <li>– составить представление заданной ФОП в виде тригонометрического ряда Фурье или в виде интеграла Фурье и уметь использовать это представление для определения спектральных характеристик функции;</li> <li>– провести сравнительный анализ условий представления функции различными рядами и сходимости этих рядов.</li> </ul>
		<p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– первоначальными представлениями об идеях и методах математики как универсальном языке науки и техники; понятийным аппаратом основных структур элементарной математики; понятийным аппаратом теории множеств;</li> <li>– методами анализа свойств числовых функций и построения их графиков;</li> <li>– способами представления комплексных чисел; различными формулировками определений ключевых понятий, понимать их эквивалентности;</li> <li>– способами доказательства основных теорем и свойств; умением записывать определения и утверждения, используя математическую символику; способностью иллюстрировать графически значение предела ФОП в точке;</li> <li>– компьютерными программами для построения графиков ФОП; методами вывода правил дифференцирования и табличных производных ФОП, доказательствами теорем и свойств о дифференцируемых ФОП;</li> <li>– навыками математического моделирования задач на экстремальные значения, задач физики или геометрии;</li> <li>– расчетной частью материала, относящегося к вектор-функции скалярного аргумента; навыками работы с</li> </ul>

		<p>компьютерной обучающей программой «Исследование функций и построение графиков»;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– опытом работы в малых группах;</li> <li>– различными подходами к построению теории интегрального исчисления; методами обоснования утверждений, теорем и свойств, используя, в том числе, геометрические интерпретации;</li> <li>– критериями определения прикладной задачи, которую можно решить с помощью интегрального исчисления;</li> <li>– навыками работы с компьютерной обучающей программой «Неопределенные интегралы»;</li> <li>– опытом работы в малых группах;</li> <li>– пониманием теории ФНП как обобщением теории ФОП;</li> <li>– методами обоснования утверждений и теорем, характерных сугубо для ФНП;</li> <li>– простейшими элементами дифференциальной геометрии поверхностей, уметь их построить, в том числе с использованием компьютерных программ;</li> <li>– алгоритмом построения многочлена Тейлора для функции двух переменных;</li> <li>– опытом реализации метода наименьших квадратов в задаче обработки экспериментальных данных;</li> <li>– пониманием аналогии и различий в построении интегрального исчисления от ФОП и от ФНП;</li> <li>– обоснованием основных свойств интегралов от ФНП, аналогичных интегралу Римана от ФОП;</li> <li>– методами обоснования утверждений, которые относятся сугубо к интегралам от ФНП;</li> <li>– навыками геометрических построений поверхностей и линий в трехмерных системах координат, в том числе с использованием пакетов компьютерных программ;</li> <li>– опытом коллективной работы в группе и опытом экспертизы качества выполненных работ;</li> <li>– навыками доказательства утверждений и формулирования логической связи между ними;</li> <li>– практическим навыком обосновывать любой результат исследования теоретическим фактом, на основании которого этот результат получен;</li> <li>– элементами математической культуры, проявляющихся полными, четкими и лаконичными рассуждениями в теории и в решении задач.</li> </ul>
--	--	---

### **3. УКАЗАНИЕ МЕСТА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Дисциплина (модуль) «Математический анализ» относится к обязательной части образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, направленность (профиль) Системное программирование и компьютерные технологии.

### **4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 14 зачетных единиц или 504 часа (из расчета 1 ЗЕ = 36 часов).

Курс	Семестр	Трудоёмкость в ЗЕ	Общая трудоёмкость (часов)	Контактная работа			Всего контактных часов	Из них в интерактивной форме	Кол-во часов на СРС		Кол-во часов на контроль	Форма контроля
				ЛК	ПР	ЛБ			Общее количество часов на СРС	Из них – на курсовую работу		
1	1	2	72	18	38	–	56	–	16	–	–	Зачет
1	2	2	72	18	30	–	48	15	24	–	–	–
2	3	5	180	42	44	–	86	15	94	–	–	Зачет
2	4	5	180	34	34	–	68	10	85	20	27	Экзамен
<b>Итого</b>		<b>14</b>	<b>504</b>	<b>112</b>	<b>146</b>	<b>–</b>	<b>258</b>	<b>40</b>	<b>219</b>	<b>20</b>	<b>27</b>	

Интерактивная форма реализуется в виде самостоятельных заданий на практических занятиях.

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ), СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

№ п/п	Наименование раздела, темы	Контактная работа			Всего контактных часов	Из них в интерактивной форме	Кол-во часов на СРС	Кол-во часов на контроль
		ЛК	ПР	ЛБ				
<b>1 семестр</b>								
1	<b>Основные структуры элементарной математики</b>	<b>8</b>	<b>14</b>	<b>–</b>	<b>22</b>	<b>–</b>	<b>7</b>	<b>–</b>
1.1	Алгебраические выражения, уравнения, неравенства	2	4	–	6	–	2	–
1.2	Трансцендентные выражения, уравнения, неравенства	2	4	–	6	–	3	–
1.3	Последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Метод математической индукции.	4	6	–	10	–	2	–
2	<b>Введение в математический анализ</b>	<b>10</b>	<b>24</b>	<b>–</b>	<b>34</b>	<b>–</b>	<b>9</b>	<b>–</b>
2.1	Элементы теории множеств.	2	6	–	8	–	2	–
2.2	Сравнение мощности множеств	4	6	–	10	–	2	–
2.3	Аксиомы множества действительных чисел. Свойства окрестностей.	2	6	–	8	–	2	–
2.4	Отображения множеств и числовые функции	2	6	–	8	–	3	–
	<b>Итого (1 курс, 1 семестр)</b>	<b>18</b>	<b>38</b>	<b>–</b>	<b>56</b>	<b>–</b>	<b>16</b>	<b>–</b>
<b>2 семестр</b>								
3	<b>Пределы и непрерывность функций одной переменной (ФОП)</b>	<b>10</b>	<b>18</b>	<b>–</b>	<b>28</b>	<b>6</b>	<b>14</b>	<b>–</b>
3.1	Предел числовой последовательности, свойства пределов	2	6	–	8	2	6	–
3.2	Предел функции в точке, свойства пределов	4	6	–	10	2	4	–
3.3	Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных на отрезке	4	6	–	10	2	4	–
4	<b>Дифференциальное исчисление ФОП и его основные приложения</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>–</b>	<b>20</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>–</b>
4.1	Понятие производной функции в точке, таблица производных, правила дифференцирования	2	4	–	6	3	4	–
4.2	Дифференциал функции в точке, его свойства и приложения	2	4	–	6	3	3	–
4.3	Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Формулы Тейлора и Маклорена	4	4	–	8	3	3	–
	<b>Итого (1 курс, 2 семестр)</b>	<b>18</b>	<b>30</b>	<b>–</b>	<b>48</b>	<b>15</b>	<b>24</b>	<b>–</b>
<b>3 семестр</b>								
5	<b>Интегральное исчисление ФОП</b>	<b>24</b>	<b>24</b>	<b>–</b>	<b>48</b>	<b>6</b>	<b>62</b>	<b>–</b>
5.1	Неопределенные интегралы	12	10	–	22	2	26	–
5.2	Определенные интегралы Римана	8	8	–	16	2	20	–
5.3	Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра	4	6	–	10	2	16	–
6	<b>Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (ФНП)</b>	<b>18</b>	<b>20</b>	<b>–</b>	<b>38</b>	<b>9</b>	<b>32</b>	<b>–</b>

№	Наименование	Контактная работа			Всего часов	Из них в инте-ракте	Кол-во часов	Кол-во
		8	10	–				
6.1	Производные и дифференциал ФНП	8	10	–	18	3	8	–
6.2	Экстремумы ФНП	6	6	–	12	3	8	–
6.3	Характеристики скалярного поля	4	4	–	8	3	8	–
<b>Итого (2 курс, 3 семестр)</b>		<b>42</b>	<b>44</b>	<b>–</b>	<b>86</b>	<b>15</b>	<b>94</b>	<b>–</b>
<b>4 семестр</b>								
7	<b>Интегральное исчисление функций нескольких переменных (ФНП). Элементы векторного анализа</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>–</b>	<b>40</b>	<b>4</b>	<b>45</b>	<b>–</b>
7.1	Кратные интегралы	8	8	–	16	2	20	–
7.2	Криволинейные и поверхностные интегралы	8	8	–	16	1	15	–
7.3	Элементы теории векторных полей	4	4	–	8	1	10	–
8	<b>Числовые и функциональные ряды. Элементы гармонического анализа</b>	<b>14</b>	<b>14</b>	<b>–</b>	<b>28</b>	<b>6</b>	<b>40</b>	<b>–</b>
8.1	Числовые ряды, свойства, сходимость	6	6	–	12	2	16	–
8.2	Функциональные ряды, сходимость	6	6	–	12	2	16	–
8.3	Ряд и интеграл Фурье. Понятие спектра. Различные виды преобразований Фурье и их приложения	2	2	–	4	2	8	–
	Экзамен							27
<b>Итого (2 курс, 4 семестр)</b>		<b>34</b>	<b>34</b>	<b>–</b>	<b>68</b>	<b>10</b>	<b>85</b>	<b>27</b>
<b>Итого</b>		<b>112</b>	<b>146</b>	<b>–</b>	<b>258</b>	<b>40</b>	<b>219</b>	<b>27</b>

### Содержание дисциплины (модуля)

#### Раздел 1. Основные структуры элементарной математики

Вводная самостоятельная работа для определения уровня подготовки студента в рамках элементарной математики.

*Числа* и действия над ними; *выражения* и приемы их преобразований; *равенства* (тождества и уравнения), основные методы решения уравнений; *неравенства* относительно одной и двух неизвестных, основные свойства неравенств и методы их решений; *системы* уравнений или (и) неравенств; основные *функции* элементарной математики; *последовательности* (геометрическая и арифметическая прогрессии). Метод математической индукции. Бином Ньютона.

Выполнение самостоятельных работ №1-2 по темам «Алгебраические выражения, уравнения, неравенства», «Трансцендентные выражения, уравнения, неравенства» и контрольного домашнего задания №1.

#### Раздел 2. Введение в математический анализ

*Множества*, способы задания, основные операции. Понятие мощности множества. Счетные множества. Множество действительных чисел (аксиоматическое определение) и его стандартные подмножества. Расширенная числовая прямая, окрестности её точек. Ограниченность множеств, точные верхние и нижние грани. Множества точек на координатной прямой и на координатной плоскости. Отображение множеств (функция), виды отображений, суперпозиции отображений.

*Числовые функции*, способы задания, основные характеристики. Обратная функция. условия её существования и процедура нахождения, классификации функций. Основные элементарные функции и их свойства. Гиперболические функции. Свойства целых многочленов и рациональных дробей.

Выполнение самостоятельных работ №3-4 по темам «Элементы теории множеств», «Отображения и числовые функции», контрольного домашнего задания № 2, проведение коллоквиума №1 и решение контрольной работы №1 в аудитории.

#### Раздел 3. Пределы и непрерывность функций одной переменной (ФОП)

*Предел числовой последовательности* и его основные свойства. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства. Ограниченные и монотонные последовательности, теорема Вейерштрасса. Определение числа  $e$ .

*Пределы функции*: определения на языке последовательностей (по Гейне), на языке окрестностей (по Коши), записи на языке «эпсилон-дельта» (« $\epsilon$ - $\delta$ »). Точка сгущения. Предел функции по множеству. Односторонние пределы, их связь с пределом функции. Основные свойства предела. Бесконечно малые, бесконечно большие и локально ограниченные функции, свойства этих функций. Теоремы о конечных пределах. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых,

определение порядка одной бесконечно малой функции относительно другой. Принцип замены эквивалентных бесконечно малых. Неопределенности и способы их раскрытия.

*Непрерывность функции* в точке и на множестве. Точки разрыва, их типы и классификация.

Теоремы о функциях, непрерывных в точке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Понятие о равномерной непрерывности.

Формы контроля:

- самостоятельная работа №5 «Предел последовательности»,
- самостоятельная работа №6 «Пределы функции»,
- контрольная работа (в аудитории) №2 «Пределы и непрерывность ФОП»,
- коллоквиум №2 по теоретическому материалу раздела.

#### **Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (ФОП) и его основные приложения**

*Производная функции* в точке: определение, геометрическая и механическая трактовки. Связь свойств непрерывности и дифференцируемости. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференциал функции: определение, свойства, геометрическая трактовка, применение к вычислению приближенных значений функции и к вычислению погрешностей. Производные и дифференциалы высших порядков. Касательная и нормаль к плоской кривой: определения, составление уравнений. Понятие гладкой функции. Теоремы о дифференцируемых функциях: теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коши. Формулы Тейлора и Маклорена с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Теорема Лопиталья и ее обобщения. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья.

*Исследование функций* и построение графиков. Признаки монотонности дифференцируемой функции. Необходимые условия гладких и острых экстремумов, первое и второе достаточные условия локальных экстремумов. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба графика функции: определения, необходимые и достаточные условия. Асимптоты графика функции: определение и правила нахождения.

*Элементы математического моделирования:* решение текстовых задач на определение наибольшего и/или наименьшего значений некоторых величин, на использование физического смысла первой и второй производных. Простейшие элементы дифференциальной геометрии линий (уравнения касательной и нормали плоской линии).

*Вектор-функция скалярного аргумента:* определение и графическое изображение (годограф), дифференцирование и физический смысл первой и второй производных. определение и вычисление кривизны линии; центр, окружность и радиус кривизны; понятие эволюты и эвольвенты.

Формы контроля:

- самостоятельная работа №7 «Техника дифференцирования»,
- самостоятельная работа №8 «Простейшие приложения производной»,
- контрольное домашнее задание №3 «Приложения дифференциального исчисления ФОП» (с защитой в аудитории).

#### **Раздел 5. Интегральное исчисление функций одной переменной (ФОП) и его основные приложения**

*Неопределенный интеграл.* Первообразная и неопределенный интеграл, основные свойства. Таблица интегралов. Методы замена переменной интегрирования и интегрирования по частям. Методы интегрирования рациональных функций, некоторых иррациональных функций, некоторых тригонометрических функций. Понятие о неберущихся интегралах.

*Определенный интеграл Римана.* Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла Римана, геометрическая и механическая трактовки, основные свойства. Связь определенного интеграла с первообразной подынтегральной функции, теорема Барроу, формула Ньютона-Лейбница. Особенности методов интегрирования по частям и замены переменной в определенном интеграле. Основные геометрические приложения: вычисление площади плоской фигуры в декартовых и в полярных координатах, объема тела вращения, длины дуги плоской кривой. Дифференциал длины дуги. Общая методика



приложений определенного интеграла. Примеры решения физических задач с использованием определенного интеграла.

*Несобственные интегралы.* Несобственные интегралы 1 и 2 рода, их определение, свойства и вычисление. Достаточные условия сходимости и расходимости. Понятие о сходимости несобственных интегралов в смысле главного значения.

*Интегралы, зависящие от параметра:* определения, примеры, основные свойства. Гамма-функция, ее основные свойства и график.

Формы контроля:

- самостоятельная работа №9 «Техника интегрирования»,
- контрольное домашнее задание №4 «Определенные интегралы и их приложения. Несобственные интегралы» (с защитой в аудитории),
- коллоквиум №3 по теоретическому материалу раздела.

## **Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (ФНП)**

*Производные и дифференциал функции нескольких переменных.* Определение, предел и непрерывность ФНП. Определение частных производных, правило вычисления, геометрическая трактовка. Полное приращение и полный дифференциал, связь между ними. Производные сложной ФНП. Инвариантность формы полного дифференциала. Полная производная. Производные неявных функций. Частные производные высших порядков. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора для функций двух переменных.

*Экстремумы ФНП.* Определение локальных экстремумов функции двух переменных, необходимые и достаточные условия. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой конечной области. Условные экстремумы ФНП. Метод наименьших квадратов.

*Скалярное поле:* определение, примеры, линии и поверхности уровня. Производная по направлению. Градиент и его основные свойства.

Формы контроля:

- самостоятельная работа №10 «Дифференцирование ФНП»,
- контрольное домашнее задание №6 «Приложения дифференциального исчисления ФНП» (с защитой в аудитории).

## **Раздел 7. Интегральное исчисление функций нескольких переменных (ФНП). Элементы векторного анализа**

*Кратные интегралы.* Двойной интеграл: определение, основные свойства, геометрическая и механическая трактовки, вычисление в декартовых и в полярных координатах, приложения в задачах геометрии и механики. Тройной интеграл: определение, основные свойства, механическая трактовка, вычисление в декартовых координатах. Замена переменных в двойном и в тройном интегралах. Тройной интеграл в цилиндрических и в сферических координатах. Приложения тройного интеграла.

*Криволинейные и поверхностные интегралы.* Криволинейный интеграл по координатам: определение, основные свойства, физическая трактовка, вычисление, формула Грина, независимость от формы линии интегрирования. Восстановление ФНП по ее полному дифференциалу. Криволинейный интеграл по длине дуги: определение, основные свойства, вычисление, механическая трактовка, приложения. Интегралы по поверхности: определения, основные свойства, вычисления, некоторые приложения.

*Элементы теории векторных полей.* Определение векторного поля, примеры. Векторные линии. Поток через поверхность. Дивергенция, ее вычисление и основные свойства. Формула Остроградского-Гаусса. Работа и циркуляция. Дифференциальный векторный оператор Гамильтона. Векторные дифференциальные операции второго порядка. Ротор, его вычисление и основные свойства. Формула Стокса. Нахождение потенциала потенциального векторного поля.

Формы контроля:

- самостоятельная работа №11 «Вычисление кратных интегралов»,
- контрольное домашнее задание №7 «Приложения интегрального исчисления ФНП. Элементы векторного анализа» (с защитой в аудитории),
- коллоквиум №4 по теоретическому материалу раздела.

## Раздел 8. Числовые и функциональные ряды. Элементы гармонического анализа

*Числовые ряды.* Определения числового ряда, его частичной суммы, сходимости и расходимости, частичного остатка. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов (признаки сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши), знакопеременных и знакочередующихся рядов (признак абсолютной сходимости и признак Лейбница). Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их основные свойства. Оценки остатков рядов.

*Функциональные ряды.* Общие определения, область сходимости и область расходимости, равномерная сходимость, свойства равномерно сходящихся рядов, достаточный признак равномерной сходимости (теорема Вейерштрасса). Степенные ряды, теорема Абеля, радиус сходимости, основные свойства. Ряды Тейлора и Маклорена, остаточный член в форме Лагранжа. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций. Приложения степенных рядов к

*Тригонометрические ряды Фурье.* Гармоники, свойства гармоник. Ряды Фурье для функций с периодом  $2\pi$ . Сходимость ряда Фурье, теорема Дирихле. Ряды Фурье для четных и нечетных функций, для функций с произвольным периодом. Периодические продолжения функций. Ряд Фурье в комплексной форме. Понятие о дискретных спектрах периодической функции.

*Интеграл Фурье.* Вывод представления непериодической функции интегралом Фурье. Косинус- и синус- преобразования Фурье. Интеграл Фурье в комплексной форме. Комплексное преобразование Фурье. Понятие о непрерывных спектрах непериодической функции

### Формы контроля:

- самостоятельная работа №12 «Исследование сходимости числовых рядов»,
- контрольная работа в аудитории №3 «Числовые и степенные ряды»,
- контрольное домашнее задание №8 «Тригонометрические ряды Фурье и интеграл Фурье».

## 6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМОГО ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Основная литература:

1. Архипов, Г.И. Лекции по математическому анализу: учебник для вузов / Г. И. Архипов, В. А. Садовничий, В.Н. Чубариков; под ред. В. А. Садовничего. – 4-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2004. – 640 с.
2. Аксенов, А.П. Математический анализ в 4 ч. Часть 1: учебник и практикум для академического бакалавриата / А.П. Аксенов. – М.: Издательство Юрайт, 2019. – 282 с. — (Бакалавр. Академический курс). – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. –URL: <https://www.urait.ru/bcode/434527>.
3. Никитин, А.А. Математический анализ. Углубленный курс: учебник и практикум для академического бакалавриата / А.А. Никитин, В. В. Фомичев. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2019. – 460 с. – (Бакалавр. Академический курс). – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://www.urait.ru/bcode/432899>.

### Дополнительная литература:

4. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие / Г.Н. Берман. - СПб.: Лань, 2016. – 492 с.
5. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость: учеб. пособие / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 496 с.
6. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды: учеб. пособие / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 504 с.

## **7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

В образовательном процессе используются:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебная мебель, ПК, оборудование для демонстрации презентаций, наглядные пособия;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду МАГУ.

### **7.1 ПЕРЕЧЕНЬ ЛИЦЕНЗИОННОГО И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ:**

7.1.1. Лицензионное программное обеспечение отечественного производства: не требуется.

7.1.2. Лицензионное программное обеспечение зарубежного производства: текстовый процессор Microsoft Word.

7.1.3. Свободно распространяемое программное обеспечение отечественного производства: Интернет-браузер.

7.1.4. Свободно распространяемое программное обеспечение зарубежного производства: просмотрщик pdf-документов (Adobe Acrobat Reader, Foxit Reader или другой по выбору), Интернет-браузер.

### **7.2 ЭЛЕКТРОННО-БИБЛИОТЕЧНЫЕ СИСТЕМЫ:**

- ЭБС «Издательство Лань» [Электронный ресурс]: электронная библиотечная система / ООО «Издательство Лань». – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/>;
- ЭБС «Электронная библиотечная система ЮРАЙТ» [Электронный ресурс]: электронная библиотечная система / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Режим доступа: <https://urait.ru/>;
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [Электронный ресурс]: электронно-периодическое издание; программный комплекс для организации онлайн-доступа к лицензионным материалам / ООО «НексМедиа». – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/>.

### **7.3 СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ:**

- Информационно-аналитическая система SCIENCE INDEX
- Электронная база данных Scopus
- Базы данных компании CLARIVATE ANALYTICS

### **7.4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ:**

- Справочно-правовая информационная система Консультант Плюс <http://www.consultant.ru/>
- ООО «Современные медиа технологии в образовании и культуре» <http://www.informio.ru/>

## **8. ИНЫЕ СВЕДЕНИЯ И МАТЕРИАЛЫ НА УСМОТРЕНИЕ ВЕДУЩЕЙ КАФЕДРЫ.**

Не предусмотрено.

## **9. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ЛИЦ С ОВЗ.**

Для обеспечения образования инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья реализация дисциплины может осуществляться в адаптированном виде, с учетом специфики освоения и дидактических требований, исходя из индивидуальных возможностей и по личному заявлению обучающегося.